

Respuestas de la guía 9 – 2018

1) De la Fig.1 se desprende que como $\theta_i = \theta_r$, luego basta que $L = h/2$.

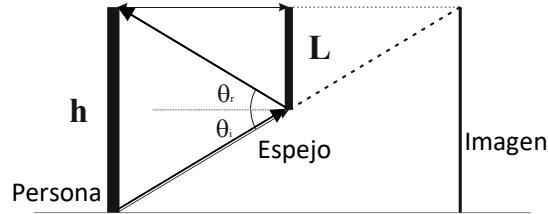


Figura 1.

2) La solución grafica se puede ver en la Fig. 2. Analíticamente, el foco está en $R/2$, la posición del objeto en $3R/2$. Haciendo uso de $1/x + 1/x' = 1/f$ sale que $x' = 3R/4$.

$x > 0$ objeto real, $x' > 0$ imagen real.

El aumento lateral es: $m = -x'/x = -1/2$. Como $m < 0$ la imagen esta invertida.

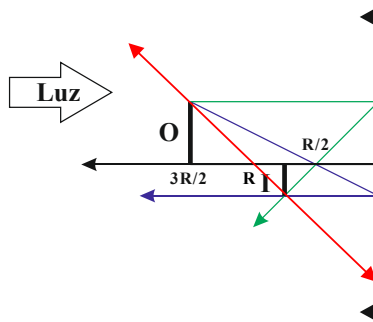


Figura 2.

3) En la Fig. 3 se puede ver la solución gráfica. En este caso el objeto es virtual: $x = -3R/2$, $f = R/2$.

Usando $1/x + 1/x' = 1/f$ obtenemos $X' = 3R/8$ (Real, del lado de la luz).

El aumento lateral es $m = -x'/x = 1/4$ (imagen derecha). Un objeto virtual no se puede lograr poniendo un objeto físico detrás del espejo porque la luz nunca llegaría a él. Pero podría ser la imagen de un sistema óptico que se encuentra del lado de la luz. Por ejemplo, imagine que a la izquierda del espejo viene una luz, que va hacia la derecha, y atraviesa una lente que forma una imagen. Esa imagen será objeto de nuestro espejo, y en función de su posición ese objeto será real o virtual.

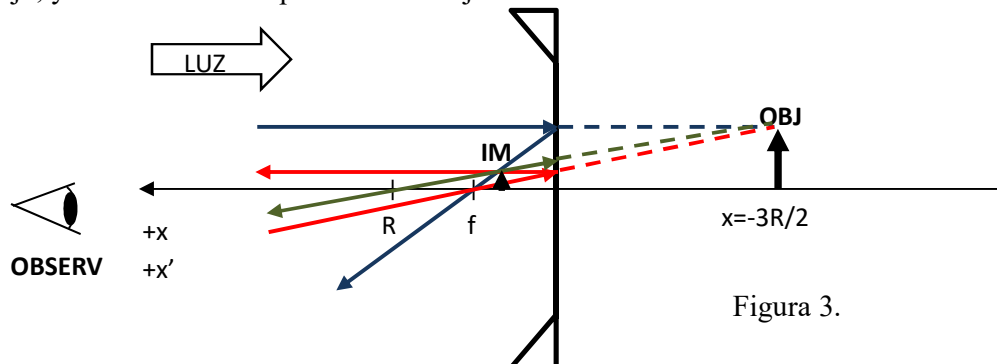


Figura 3.

4) Espejo esférico convexo: $f < 0$. La fórmula es $1/x + 1/x' = 1/f$, luego es imposible el caso $x > 0$, $x' > 0$ (objeto real con imagen real). Se evidencia que si el objeto es real ($x > 0$) la imagen siempre será virtual ($x' < 0$). En cambio si el objeto es virtual ($x < 0$), la imagen será real si $|x| < R/2$, es decir si está entre el foco y el vértice.

5) Los espejos tendrían que ser cóncavos. Luego los rayos del sol (objeto real) que llegan paralelos (el sol está en infinito) se juntarán en el $R/2$ (posición de los barcos). El valor de $R/2$ debería ser de cientos de metros y así poder atacar barcos lejanos. Entonces, el radio de los espejos, por motivos de construcción, es mucho menor a $R/2$. No confundir radio de los espejos con sus centros de curvatura.

6) La luz proviene de la moneda que es un objeto real. La luz se refracta hacia el aire. Pasando de un medio con $n = 1.33$ a uno con $n' = 1$. El radio de curvatura de la interfaz agua-aire es infinito ya que la interfaz es plana. Haciendo uso de la Ec. 1 obtenemos que $x' = -15\text{cm}$.

$$\frac{n}{x} + \frac{n'}{x'} = \frac{n' - n}{c} \quad (1)$$

Esto indica que la imagen será virtual y estará a 15cm de la interfaz. En este caso en el que hay refracción, que la imagen sea virtual ($x' < 0$) indica que está del lado del objeto real, está del lado de donde viene la luz (adentro del agua). Verifique que el aumento lateral es igual a 1, como sucede siempre en interfaces planas.

7) Según la Fig. 4 lo que se obtiene es una imagen virtual magnificada y derecha (ver teoría de lupa).

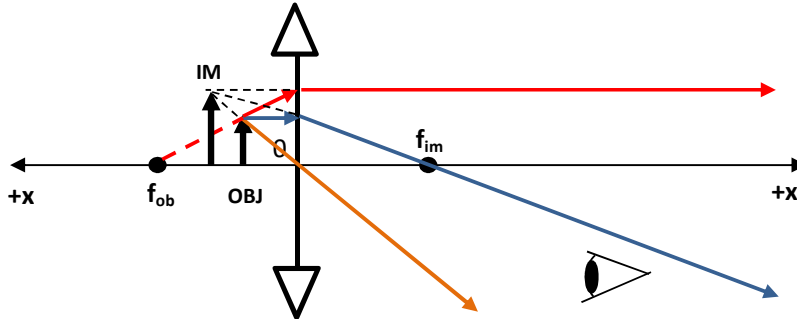


Figura 4.

8) Las diferentes combinaciones se muestran en las figuras 5 y 6. En la Fig. 4 se muestran los casos donde el objeto es real. En ambos casos la imagen es virtual.

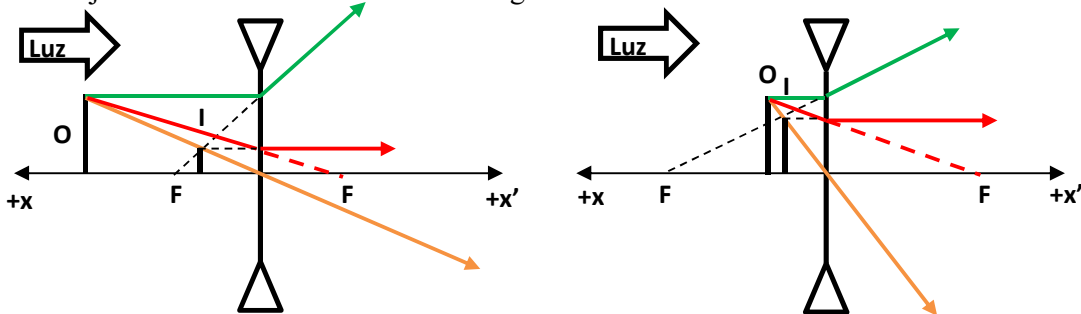


Figura 5. Lentes divergentes, objetos reales: a) Objeto entre el infinito y el foco imagen. b) Objeto entre foco imagen y lente.

En la Fig. 6 se ve el caso de lente divergente con objeto real entre la lente y el foco objeto. La imagen es real, y cae justo en el foco objeto de casualidad (porque en este ejemplo $x = -|f|/2$).

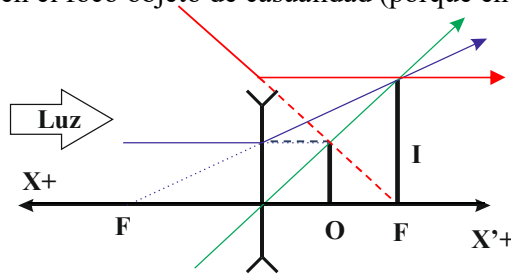


Figura 6.

9) Lo que hago es calcular la posición de la imagen resultante de todo el sistema y después veo que foco tendría que tener una sola lente para que el efecto sea el mismo.

Las dos lentes son tan angostas que se puede considerar que sus vértices están en el mismo lugar. Por otro lado, la imagen resultante de la primera lente es el objeto de la segunda lente.

Note por favor que si la primera lente genera una imagen real, esta estará detrás de la segunda lente, es decir, esa imagen de la primera lente será un objeto virtual para la segunda.

En conclusión puedo asumir que si x_1' es la posición de la imagen de la primera y x_2 es la ubicación del objeto de la segunda entonces: $x_2 = -x_1'$. Porque cuando $x_1' < 0$ (imagen virtual) entonces $x_2 > 0$ (objeto real).

Luego:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_1'} = \frac{1}{f_1} \quad (2)$$

$$\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_2'} = \frac{1}{f_2} \quad (3)$$

Sumando las ecuaciones 2 y 3:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_1'} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_2'} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_1'} + \frac{1}{-x_1'} + \frac{1}{x_2'} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Finalmente:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_{eq}}$$

Es decir que una lente con un $f_{eq} = f_1 // f_2$ ante el mismo objeto genera la misma imagen que el sistema de dos lentes.

10) El arreglo funciona de modo que el objetivo crea una imagen real e invertida en su foco ya que los rayos vienen del infinito (son paralelos). Luego esa imagen pasa a ser objeto del ocular. Pero como se ve en la Fig. 6, el objeto es virtual para el ocular, por lo tanto la imagen del ocular se invierte nuevamente y finalmente la obtenemos derecha.

$$\alpha \cong \tan(\alpha) = \frac{y'}{f_{objetivo}} ; \alpha' \cong \tan(\alpha') = \frac{y'}{f_{ocular}}$$

Finalmente:
$$\gamma = \frac{\alpha'}{\alpha} \cong \frac{f_{\text{objetivo}}}{f_{\text{ocular}}}$$

No confundir la distancia focal “ f_{objetivo} ” de la lente objetivo con un fo (foco objeto).

Nótense que la imagen en el foco del objetivo es pequeña, razón por la cual tiene mucho brillo.

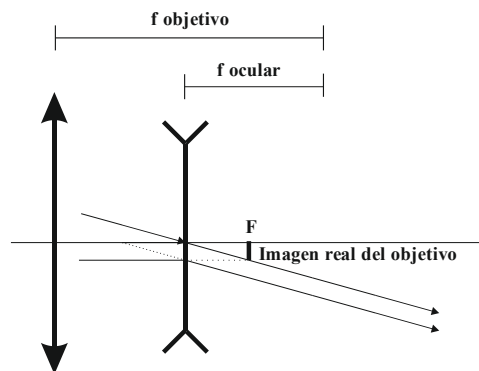


Figura 6.

11) Para resolver este ejercicio, es fundamental seguir el camino que hace la luz. La luz sale desde un objeto real (la cara del gato), atraviesa el vidrio, entra en el agua, se refleja en el espejo, vuelve a atravesar el vidrio hacia atrás, sale al aire y llega a los ojos del gato. Entonces, las etapas a resolver son: a) Interfaz aire-vidrio, b) Interfaz vidrio-agua, c) Espejo, d) Interfaz agua-vidrio, e) Interfaz vidrio aire. Ahora bien, como el vidrio tiene espesor despreciable, las interfaces aire-vidrio y vidrio-agua tienen sus vértices aproximadamente en el mismo lugar. Ese hecho, sumado a que los radios de curvatura interior y exterior del vidrio son iguales resulta que resolver las dos interfaces (a) y (b) es lo mismo que resolver directamente una interfaz aire-agua (la cual en realidad no existe) es decir: ¡el vidrio no hace nada! Puede demostrarlo.

Resolvamos esta dioptra:
$$\frac{n}{x_1} + \frac{n'}{x_1'} = \frac{n' - n}{c}$$

$x_1 = 15\text{cm}$, $n = 1$, $n' = 1.33$, $c = 20\text{cm}$

Luego: $x_1' = -26.51\text{cm}$. Esto indica que la imagen será virtual y estará 26.51cm fuera de la pecera a la izquierda (atrás del gato).

Aumento lateral de etapas (a-b):

$$AL_{ab} = -\frac{n}{n'} \frac{x_1'}{x_1} = -\frac{1}{1.33} \left(\frac{-26.51}{15} \right) = 1.33$$

Ya resolvimos las interfaces (a) y (b) de una sola vez. Ahora hay que resolver la etapa (c): el espejo. La imagen virtual de las interfaces (a-b), es el objeto real del espejo. La distancia del objeto al espejo es de $26.51 + 20 = 46.51\text{cm}$.

Resolvamos el espejo:
$$\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_2'} = \frac{2}{c}$$

$x_2 = 46.51\text{cm}$, c es infinito

Obtenemos: $x_2' = -46.51\text{cm}$ La imagen es virtual, está 46.51cm a la derecha del espejo.

Aumento lateral de etapa (c):

$$AL_c = -\frac{x_2'}{x_2} = -\frac{(-46.51)}{46.51} = 1$$

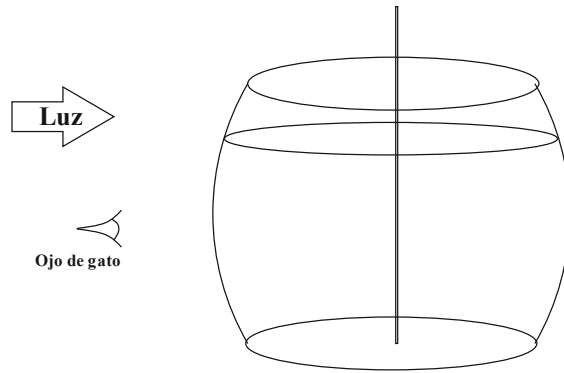


Figura 7.

No hay que olvidar que luego de reflejarse en el espejo el sentido de la luz cambia. Ahora progresa de derecha a izquierda. Lo cual hace que nuestra imagen que está a la derecha del espejo sea un objeto real para la interfaz agua-aire. Este objeto real se encuentra ahora a $46.51+20=66.51$ cm del vértice. Al contrario de lo que sucedió con la primera interfaz, ésta tendrá curvatura negativa. Como la luz viene desde la derecha, debemos poner el eje $+x$ hacia la derecha y los eje $+x'$ y $+R$ hacia la izquierda.

Resuelvo la interfaz: $\frac{1.33}{66.51} + \frac{1}{x_3'} = \frac{1-1.33}{-20}$

Finalmente: $x_3' = -286$ cm. La imagen es virtual y está 286 cm a la derecha del vértice.

Aumento lateral de etapas (d-e):

$$AL_{de} = -\frac{n}{n'} \frac{x'}{x} = -\frac{1.33}{1} \left(\frac{-286}{66.51} \right) = 5.72$$

El aumento lateral total será:

$$AL = AL_{ab} AL_c AL_{de} = 7.6$$

12) a) El dato es la imagen de la lente convergente L1. Es un objeto virtual para la lente L2, con $x_2 = -10$ cm. Veamos donde cae la imagen final:

$$\frac{1}{-10} + \frac{1}{x_2'} = \frac{1}{-7.5}$$

De donde $x_2' = -30$ cm, $AL_2 = -x_2'/x_2 = -(-30)/(-10) = -3$

Como la imagen final es virtual con $|x_2'| > pp$, entonces el ángulo α' es:

$$\alpha' \cong \tan \alpha' = \frac{y_2'}{-x_2'} = \frac{y_2'}{30}$$

Por otro lado, α es el ángulo con el cual se ve al objeto original, solamente usando los ojos:

$$\alpha \cong \tan \alpha = \frac{y_1}{pp} = \frac{y_1}{25}$$

Entonces:

$$\gamma = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{y_2'}{y_1} \frac{25}{30} = AL_T \frac{25}{30}$$

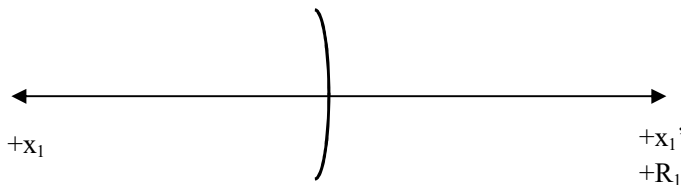
Hay que hallar AL_T , para lo cual se debe encontrar AL_1 . Entonces se resuelve la primera etapa, con $x_1' = 30$, $f_1 = +100/|P_1| = 20\text{cm}$. En este caso f_1 es positivo por ser lente convergente. Esto da $x_1 = 60\text{cm}$, $A_{L1} = -x_1'/x_1 = -30/60 = -0.5$.

Entonces $A_{LT} = A_{L1} A_{L2} = (-0.5)(-3) = +1.5$, de donde $\gamma = 1.25$

b) L_2 es divergente. Como el material (vidrio) es de índice de refracción mayor que el del aire, debe ser más angosta en el centro que en los extremos. Entonces, como un lado es plano, el otro debe ser cóncavo:

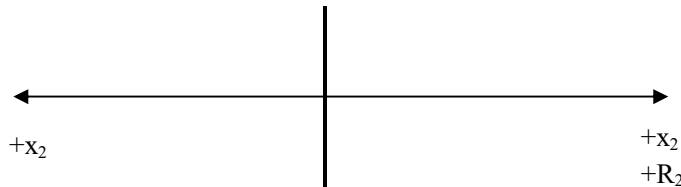


Primera interfaz:



$$\frac{1}{x_1} + \frac{1.5}{x_1'} = \frac{1.5 - 1}{-R_1} \quad (4)$$

Segunda interfaz:



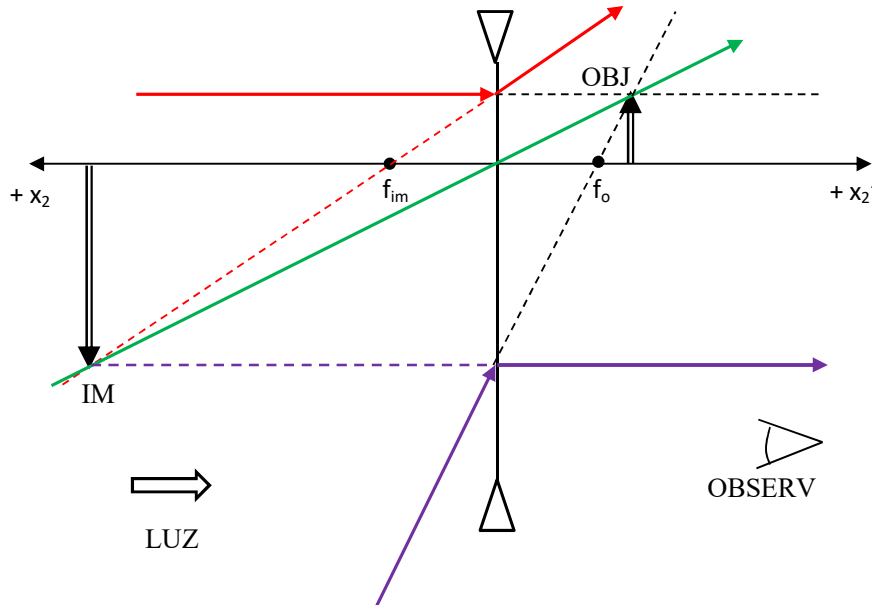
$$\frac{1.5}{x_2} + \frac{1}{x_2'} = \frac{1 - 1.5}{\infty} \quad (5)$$

Pero $x_2 = D - x_1'$, donde D es la distancia entre interfaces. Dado que la lente es delgada, $D = 0$, $x_2' = -x_1'$. Reemplazando esto en (5) y combinando (4) con (5):

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x'_2} = \frac{0.5}{-R_1} = \frac{1}{f}$$

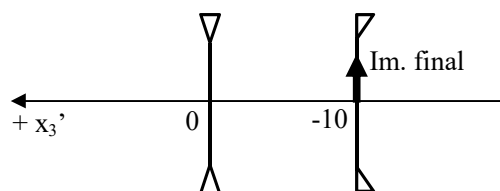
Entonces $R_1 = -0.5 f = -0.5 (-7.5) = 3.75\text{cm}$.

c) El objeto es virtual. Por eso, la luz proviene del lado contrario al objeto.



La imagen también termina siendo virtual.

- 13) a) La luz sale del objeto, ya que el objeto es real. Entonces la luz, hacia la derecha, atraviesa la lente (etapa #1), y luego se refleja en el espejo (etapa #2). Ahora la luz va hacia la izquierda y vuelve a atravesar la lente (etapa #3). Recién allí es percibida por el observador.
- Etapa #1: $x_1=20\text{cm}$, $f_1 = -100/|P_1| = -20\text{cm}$. El valor de f_1 es negativo por ser lente divergente. Con la ecuación de la lente sale $x_1' = -10\text{cm}$, $AL_1 = -(-10)/20 = 0.5$.
- Etapa #2: distancia de la imagen #1 (objeto #2) al espejo es $10+10=20\text{cm}$. Entonces $x_2=20\text{cm}$, $f=R/2 = -40/2 = -20\text{cm}$.
- Con la ecuación del espejo sale $x_2' = -10\text{cm}$, $AL_2 = -(-10)/20 = 0.5$.
- Etapa #3: ahora la luz viene desde la derecha, y ponemos $+x_3$ hacia la derecha y x_3' hacia la izquierda. Ahora $x_3=10+10=20\text{cm}$, $f_3 = -20\text{cm}$. Con la ecuación de la lente sale $x_3' = -10\text{cm}$, $AL_3 = -(-10)/20 = 0.5$.
- Entonces la imagen final cae en la posición (-10) medida según x_3' . Con un aumento lateral total $AL_T = AL_1 AL_2 AL_3 = +0.125$. Como AL_T es positivo, la imagen final es derecha.



b) Dado que la imagen final es virtual con $|x_3'| < pp$, el ángulo α' es:

$$\alpha' \cong \tan \alpha' = \frac{y_3'}{pp}$$

Mientras que:

$$\alpha \cong \tan \alpha = \frac{y_1}{pp}$$

Entonces el aumento angular coincide con el aumento lateral:

$$\gamma = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{y_3'/pp}{y_1/pp} = AL_T = 0.125$$

14)

a)

$$P = \frac{100}{f(\text{cm})} = \frac{100}{-4} = -25 \text{ dioptrías}$$

b) El proyector proyecta (valga la redundancia) una imagen, que es el objeto virtual para la lente divergente. La luz proviene desde la izquierda.

Etapla #1: la luz atraviesa la lente divergente de izquierda a derecha: $x_1 = -8\text{cm}$, $f_1 = -4\text{cm}$.

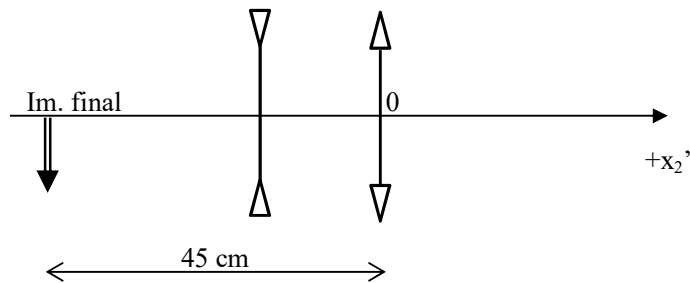
Usando la ecuación de la lente, da: $x_1' = -8\text{cm}$, $AL_1 = -(-8)/(-8) = -1$.

Etapla #2: la luz atraviesa la lente convergente de izquierda a derecha: $x_2 = 8+10=18\text{cm}$,

$f_2 = 30\text{cm}$. Usando la ecuación de la lente, da: $x_2' = -45\text{cm}$, $AL_2 = -(-45)/(18) = 2.5$.

Entonces la imagen final es virtual, contraria al eje $+x_2'$, y es invertida, ya que

$AL_T = AL_1 AL_2 = -2.5$ es negativo.



c)



Resolución similar a la del 12b.

Primera interfaz:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1.5}{x'_1} = \frac{1.5 - 1}{R}$$

Segunda interfaz:

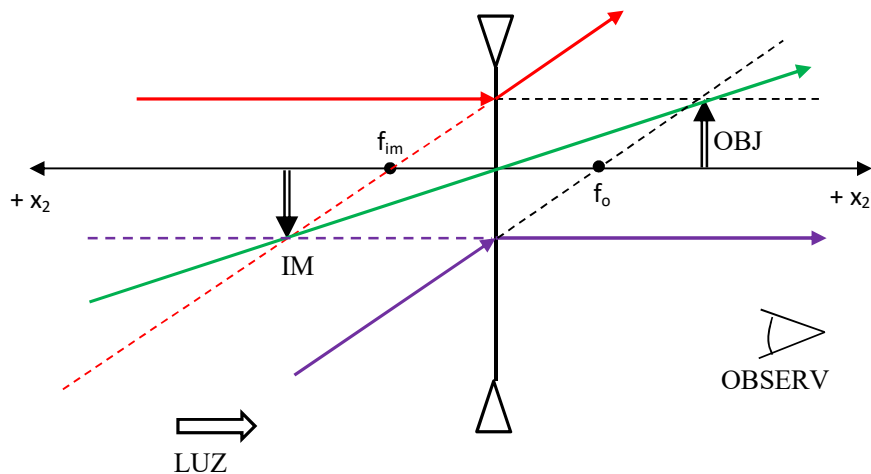
$$\frac{1.5}{x_2} + \frac{1}{x'_2} = \frac{1.5}{-x'_1} + \frac{1}{x'_2} = \frac{1 - 1.5}{-R}$$

De las dos últimas:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x'_2} = \frac{0.5}{R} + \frac{0.5}{R} = \frac{1}{R} = \frac{1}{f}$$

De donde, en ese caso, $R = f = 30\text{cm}$.

d) Es similar al caso del ejercicio 12c.



15) La forma de resolver el ejercicio es suponer un objeto. Lógicamente, la punta de flecha del objeto va a estar en algún punto de la recta que forma el rayo incidente, ya que el rayo incidente proviene del objeto. Ahora, lo más sencillo es suponer que el objeto no tiene tamaño (es puntual) y está sobre el eje. En ese caso será un objeto virtual cuya posición será:

$$x = -\frac{h}{\tan \alpha}$$

Dado que el tamaño del objeto es $y = 0$, el tamaño de la imagen es $y' = 0$, y la imagen también estará sobre el eje. Pero desde la imagen sale el rayo transmitido, de modo que:

$$x' = -\frac{h}{\tan \beta}$$

Entonces:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{\left(-\frac{h}{\tan \alpha}\right)} + \frac{1}{\left(-\frac{h}{\tan \beta}\right)} = \frac{1}{f}$$

Llegándose al resultado.