

RESPUESTAS DE LA GUIA #1 - AÑO 2018

1)

a)

$$\mu = \frac{0.005 \text{ Kg}}{0.7 \text{ m}} \quad T = 490 \text{ N} \quad \Rightarrow c = 262 \text{ m/s}$$

b) Se debe aumentar μ cuatro veces, entonces deben enrollarse 15gr

2) Por segunda ley de Newton, tomando una longitud de resorte entre x y $(x+\Delta x)$:

$$F(x + \Delta x, t) - F(x, t) = \mu \Delta x \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$$

De donde:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (1)$$

Por otro lado, la constante K que vimos en Física 1:

$$F = K \Delta L$$

Depende de la longitud del resorte. Definamos en cambio K_0 que no depende de la longitud del resorte como:

$$F = K_0 \frac{\Delta L}{L}$$

Haciendo un planteo similar a la que se hace para deducir la ecuación de onda en el sonido, se llega a:

$$F = K_0 \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2)$$

Combinando (1) y (2), se llega a la ecuación de onda:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\mu}{K_0} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$$

De donde:

$$c = \sqrt{\frac{K_0}{\mu}} = 35 \text{ m/s}$$

3)

a)

Armamos la ecuación de p:

$$p = 10.13 \cos(18.48x - 2000\pi t + \delta_0)$$

Pero el coseno es máximo para $x=x_1$, $t=0$. De allí sale el valor de δ_0 :

$$p = 10.13 \cos(18.48x - 2000\pi t - 18.48x_1)$$

Ahora hallamos ϕ :

$$\phi = -K_{ad} \int p \, dx$$

Con $K_{ad}=7 \cdot 10^{-6} \text{Pa}^{-1}$. Entonces:

$$\phi = -3.84 \cdot 10^{-6} \sin(18.48x - 2000\pi t - 18.48x_1)$$

Reemplazamos en $x=x_1$, $t=0$, quedando:

$$\phi = 0$$

b)

De lo anterior, obtuvimos:

$$A = 3.84 \cdot 10^{-6} \, m$$

4)

$$\phi = \begin{cases} 4 - (x - 2000t)^2 & |x - 2000t| < 2 \\ 0 & |x - 2000t| > 2 \end{cases} \quad [m]$$

5)

a)

Hallamos c:

$$c=129\text{m/s}$$

Tenemos ω :

$$\omega=400\pi\text{rad/s}$$

Hallamos k:

$$k=9.74\text{rad/m}$$

Entonces armamos la ecuación para ϕ :

$$\phi = 0.01 \cos(9.74x - 400\pi t + \delta_0)$$

La energía total por unidad de longitud es dos veces la cinética, por ser onda progresiva:

$$\mu_U = \mu v^2 = 0.003 [4\pi \sin(9.74x - 400\pi t + \delta_0)]^2$$

$$\mu_U = \mu v^2 = 0.474 \sin^2(9.74x - 400\pi t + \delta_0) \quad \left[\frac{J}{m}\right]$$

b)

$$i_U = -T \frac{\partial \phi}{\partial x} v = 61 \sin^2(9.74x - 400\pi t + \delta_0) \quad [W]$$

c) La onda es progresiva hacia +x, entonces:

$$i_U = \mu_U c = 61 \sin^2(9.74x - 400\pi t + \delta_0) \quad [W]$$

6)

a)

$$u(x, t) = A_0^2 \omega^2 \delta \sin^2(kx - \omega t) = \frac{A_0^2 k^2}{K_{ad}} \sin^2(kx - \omega t)$$

b) La onda es progresiva hacia +x, entonces:

$$S(x, t) = u(x, t) c = A_0^2 \omega^2 \delta c \sin^2(kx - \omega t) = \frac{A_0^2 k^2 c}{K_{ad}} \sin^2(kx - \omega t)$$

c)

$$p(x, t) = \frac{A_0 k}{K_{ad}} \sin(kx - \omega t)$$

$$v(x, t) = A_0 \omega \sin(kx - \omega t)$$

$$S(x, t) = p(x, t)v(x, t) = \frac{A_0^2 \omega k}{K_{ad}} \sin^2(kx - \omega t)$$

Haciendo equivalencias, el resultado de (b) coincide con el de (c)

7)

a) Partimos de:

$$\phi = 0.0001 \cos(9.24x - 1000\pi t + \delta_0)$$

Y llegamos a:

$$p_{MAX} = 132 \text{ Pa}$$

b) Se llega a:

$$S = 41.5 \sin^2(9.24x - 1000\pi t + \delta_0)$$

Como es una onda armónica progresiva:

$$I = \frac{S_{MAX}}{2} = 20.7 \frac{W}{m^2}$$

c)

$$P = I \text{ Area} = 0.21W$$

8)

a) Las intensidades son 20dB y 100dB, respectivamente

b)

$$A = 1.1 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

c) Partimos de que $I_2 = 2 I_1$

Demuestre que:

$$I_2(dB) = 10 \log\left(\frac{I_2}{10^{-12}}\right) = 10 \log(2) + I_1(dB)$$

9) Se parte de considerar:

$$\phi = f(x \mp ct)$$

10)

Cuando se asocia una energía potencial a una fuerza, esto es porque la fuerza es conservativa. Un ejemplo es la fuerza peso. Supongamos que levantamos una piedra, haciendo hacia arriba una fuerza F igual y contraria al peso, de modo que la piedra no se acelera y sube a velocidad constante. Se puede decir que, si definimos energía potencial cero en el piso, la energía potencial a una altura h , luego de haberla subido allí es, por definición, menos el trabajo que realizó la fuerza peso durante la subida:

$$E_p = -W_p = -(-mgh) = mgh$$

Del mismo modo, para la cuerda se define una energía potencial por unidad de longitud:

$$u_{pot} = \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \quad \left[\frac{J}{m} \right]$$

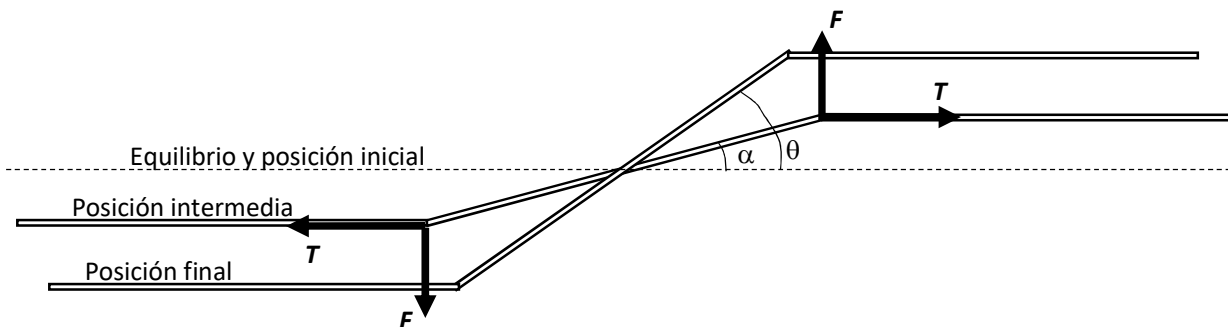
De modo que si se tiene un segmento de longitud Δx de cuerda, su energía potencial será:

$$U_{pot} = \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \Delta x \quad [J]$$

El objetivo de este ejercicio es demostrar que, al igual que en el caso de la fuerza peso, el aumento de energía potencial es, en este caso, igual a menos el trabajo que realiza la tensión sobre el segmento. Al igual que para la fuerza peso van a coexistir dos fuerzas: la fuerza F que yo aplico para que el segmento gire (ver figura siguiente) y la fuerza de tensión de la cuerda T . Aplico la fuerza F exacta para que ambas fuerzas produzcan el mismo torque (torque = momento), de modo que el segmento no acelere angularmente y gire con ω constante:

$$\sum \tau = |\vec{\tau}_F| - |\vec{\tau}_T| = 0 = I \alpha \Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow \omega = \text{constante}$$

Supongamos un estado intermedio entre ángulo cero y ángulo final θ , que llamamos ángulo α :



Los valores de los torques son:

$$|\vec{\tau}_F| = |\vec{\tau}_T|$$

$$|\vec{\tau}_F| = 2 F \frac{\Delta x}{2} \cos \alpha$$

$$|\vec{\tau}_T| = 2 T \frac{\Delta x}{2} \sin \alpha$$

El trabajo de cualquier torque es:

$$W = \int_{\theta_I}^{\theta_F} \tau d\theta$$

Pero en este caso el torque de la fuerza tensión va al revés que el incremento del ángulo α . Por lo tanto, corresponderá un signo menos. El trabajo del torque de la fuerza tensión será entonces:

$$W_T = \int_0^\theta -|\vec{\tau}_T| d\alpha = - \int_0^\theta T \Delta x \sin \alpha d\alpha$$

El trabajo total de la tensión, desde que el elemento está con 0 grados y en que está con el ángulo final θ , es:

$$W_T = -T \Delta x [1 - \cos(\theta)]$$

$$W_T = T \Delta x [1 - \sqrt{1 - \sin^2(\theta)}]$$

Haciendo la aproximación de Taylor para valores pequeños de x de la función:

$$f(x) = 1 - \sqrt{1 - x} \cong 0 + \frac{1}{1!} \frac{1}{2} x$$

Se llega a:

$$W_T \cong -T \Delta x \frac{\sin^2(\theta)}{2} \cong -T \Delta x \frac{\tan^2(\theta)}{2} = -\frac{T}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \Delta x$$

Demostrándose que el trabajo que realizó la fuerza tensión es igual a menos la variación de la energía potencial asociada a ella.

11)

La intensidad máxima tolerada por el oído es 0.9 Wm^{-2} (ver pág. 1-21 del libro).

Entonces la distancia máxima que nos podemos acercar a un equipo de 110W es de 3.12m. Si en cambio podemos acercarnos a 1.3m es porque en realidad el equipo no tiene una potencia de 110W.

12)

a) El observador percibe 318.75Hz

b) El armónico #n de la onda de 300Hz posee frecuencia $(n+1)300$. Al llegar al observador, éste escucha $(n+1)318.75$. Entonces la variación es $(n+1)18.75$.

c) El observador percibe 318.46Hz

13) Se debería mover a 3.9m/s, acercándose al de 430Hz (para percibir más frecuencia de éste) y alejándose del de 440Hz (para percibir menos frecuencia de éste)

14)

a) $f=1051.7\text{Hz}$

b) El submarino #2 refleja (es como si emitiera) una $f=1051.7\text{Hz}$. El submarino #1 recibe finalmente $f=1074.2\text{Hz}$