RESPUESTAS DE LA GUIA #1 - AÑO 2019

1)

a)

$$\mu = \frac{0.005}{0.7}\frac{Kg}{m} \qquad\qquad T = 490N \qquad\qquad \Rightarrow c = 262\, m/s$$

b) Se debe aumentar μ cuatro veces, entonces deben enrollarse 15gr

2) Por segunda ley de Newton, tomando una longitud de resorte entre x y (x+Δx):

$$F(x+\Delta x, t) - F(x,t) = \mu\,\Delta x\,\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}$$

De donde:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \mu\,\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} \qquad\qquad (1)$$

Por otro lado, la constante K que vimos en Física 1:

$$F = K\,\Delta L$$

Depende de la longitud del resorte. Definamos en cambio K_0 que no depende de la longitud del resorte como:

$$F = K_0\,\frac{\Delta L}{L}$$

Haciendo un planteo similar a la que se hace para deducir la ecuación de onda en el sonido, se llega a:

$$F = K_0\,\frac{\partial\phi}{\partial x} \qquad\qquad (2)$$

Combinando (1) y (2), se llega a la ecuación de onda:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} = \frac{\mu}{K_0}\,\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}$$

De donde:

$$c = \sqrt{\frac{K_0}{\mu}} = 35m/s$$

3)

a)

Armamos la ecuación de p:

$$p = 10.13\cos(18.48x - 2000\pi t + \delta_0)$$

Pero el coseno es máximo para $x=x_1$, t=0. De allí sale el valor de δ_0:

$$p = 10.13\cos(18.48x - 2000\pi t - 18.48x_1)$$

Ahora hallamos ϕ:

$$\phi = -K_{ad}\int p\,dx$$

Con $K_{ad}=7\ 10^{-6}Pa^{-1}$. Entonces:

$$\phi = -3.84\ \ 10^{-6}\sin(18.48x - 2000\pi t - 18.48x_1)$$

Reemplazamos en x=x1, t=0, quedando:

$$\phi = 0$$

b)

De lo anterior, obtuvimos:

$$A = 3.84\ \ 10^{-6}\ m$$

4)

$$\phi = \begin{cases} 4-(x-2000t)^2 & |x-2000t| < 2 \\ 0 & |x-2000t| > 2 \end{cases} \qquad [m]$$

5)

a)

Hallamos c:

c=129m/s

Tenemos ω:

ω=400πrad/s

Hallamos k:

k=9.74rad/m

Entonces armamos la ecuación para ϕ:

$$\phi = 0.01\, cos(9.74x - 400\pi t + \delta_0)$$

La energía total por unidad de longitud es dos veces la cinética, por ser onda progresiva:

$$\mu_U = \mu\, v^2 = 0.003\, [4\pi\, sin(9.74x - 400\pi t + \delta_0)]^2$$

$$\mu_U = \mu\, v^2 = 0.474\;\; sin^2(9.74x - 400\pi t + \delta_0) \qquad [\frac{J}{m}]$$

b)

$$i_U = -T\frac{\partial\phi}{\partial x}\, v = 61\, sin^2(9.74x - 400\pi t + \delta_0) \qquad [W]$$

c) La onda es progresiva hacia +x, entonces:

$$i_U = \mu_U\, c = 61\, sin^2(9.74x - 400\pi t + \delta_0) \qquad [W]$$

6)

a)

$$u(x,t) = A_0^2\omega^2\delta\, sin^2(kx - \omega t) = \frac{A_0^2 k^2}{K_{ad}}\;\; sin^2(kx - \omega t)$$

b) La onda es progresiva hacia +x, entonces:

$$S(x,t) = u(x,t)\, c = A_0^2\omega^2\delta\, c\, sin^2(kx - \omega t) = \frac{A_0^2 k^2 c}{K_{ad}}\;\; sin^2(kx - \omega t)$$

c)

$$p(x,t) = \frac{A_0 k}{K_{ad}}\, \sin(kx - \omega t)$$

$$v(x,t) = A_0\omega\, \sin(kx - \omega t)$$

$$S(x,t) = p(x,t)v(x,t) = \frac{A_0^2\omega k}{K_{ad}}\, \sin^2(kx - \omega t)$$

Haciendo equivalencias, el resultado de (b) coincide con el de (c)

7)

a) Partimos de:

$$\phi = 0.0001\cos(9.24x - 1000\pi t + \delta_0)$$

Y llegamos a:

$$p_{MAX} = 132\ Pa$$

b) Se llega a:

$$S = 41.5\sin^2(9.24x - 1000\pi t + \delta_0)$$

Como es una onda armónica progresiva:

$$I = \frac{S_{MAX}}{2} = 20.7\ \frac{W}{m^2}$$

c)

$$P = I\ Area = 0.21W$$

8)

a) Las intensidades son 20dB y 100dB, respectivamente

b)

$$A = 1.1\ \ 10^{-11}m$$

c) Partimos de que $I_2 = 2\ I_1$

Demuestre que:

$$I_2(dB) = 10\ log\left(\frac{I_2}{10^{-12}}\right) = \ 10\ log(2) + I_1(dB)$$

9) Se parte de considerar:

$$\phi = f(x \mp ct)$$

10)

Cuando se asocia una energía potencial a una fuerza, esto es porque la fuerza es conservativa. Un ejemplo es la fuerza peso. Supongamos que levantamos una piedra, haciendo hacia arriba una fuerza F igual y contraria al peso, de modo que la piedra no se acelera y sube a velocidad constante. Se puede decir que, si definimos energía potencial cero en el piso, la energía potencial a una altura h, luego de haberla subido allí es, por definición, menos el trabajo que realizó la fuerza peso durante la subida:

$$E_P = -W_P = -(-mgh) = mgh$$

Del mismo modo, para la cuerda se define una energía potencial por unidad de longitud:

$$u_{POT} = \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 \qquad \left[\frac{J}{m}\right]$$

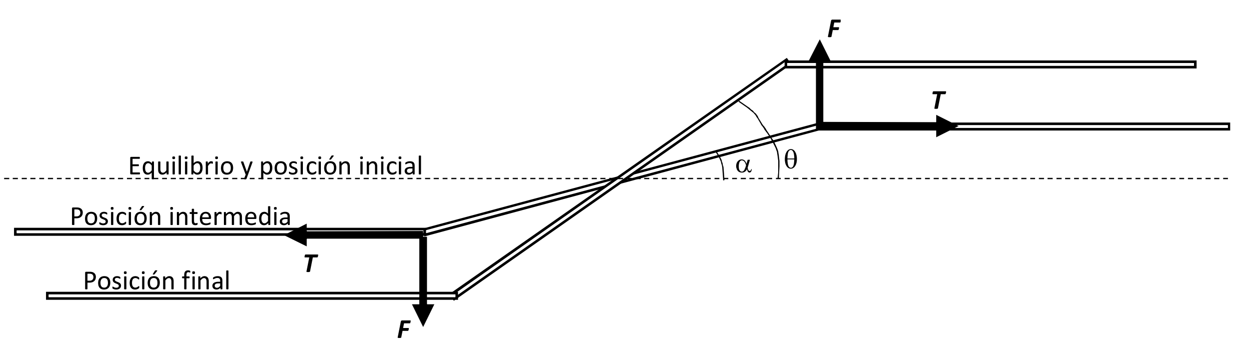
De modo que si se tiene un segmento de longitud Δx de cuerda, su energía potencial será:

$$U_{POT} = \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 \Delta x \qquad [J]$$

El objetivo de este ejercicio es demostrar que, al igual que en el caso de la fuerza peso, el aumento de energía potencial es, en este caso, igual a menos el trabajo que realiza la tensión sobre el segmento. Al igual que para la fuerza peso van a coexistir dos fuerzas: la fuerza F que yo aplico para que el segmento gire (ver figura siguiente) y la fuerza de tensión de la cuerda T. Aplico la fuerza F exacta para que ambas fuerzas produzcan el mismo torque (torque≡momento), de modo que el segmento no acelere angularmente y gire con ω constante:

$$\sum \tau = |\vec{\tau}_F| - |\vec{\tau}_T| = 0 = I\,\alpha \Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow \omega = constante$$

Supongamos un estado intermedio entre ángulo cero y ángulo final θ, que llamamos ángulo α:



Los valores de los torques son:

$$|\vec{\tau}_F| = |\vec{\tau}_T|$$

$$|\vec{\tau}_F| = 2\,F\,\frac{\Delta x}{2} \cos\alpha$$

$$|\vec{\tau}_T| = 2\,T\,\frac{\Delta x}{2}\sin\alpha$$

El trabajo de cualquier torque es:

$$W = \int_{\theta_I}^{\theta_F} \tau\, d\theta$$

Pero en este caso el torque de la fuerza tensión va al revés que el incremento del ángulo α. Por lo tanto, corresponderá un signo menos. El trabajo del torque de la fuerza tensión será entonces:

$$W_T = \int_0^{\theta} -|\vec{\tau}_T|\, d\alpha = -\int_0^{\theta} T\,\Delta x \sin\alpha\;\, d\alpha$$

El trabajo total de la tensión, desde que el elemento está con 0 grados y en que está con el ángulo final θ, es:

$$W_T = -T\,\Delta x\,[1-\cos(\theta)]$$

$$W_T = T\,\Delta x\,[1-\sqrt{1-sin^2(\theta)}]$$

Haciendo la aproximación de Taylor para valores pequeños de x de la función:

$$f(x) = 1-\sqrt{1-x} \cong 0 + \frac{1}{1!}\,\frac{1}{2}\,x$$

Se llega a:

$$W_T \cong -T\,\Delta x\,\frac{sin^2(\theta)}{2} \cong -T\,\Delta x\,\frac{tan^2(\theta)}{2} = -\frac{T}{2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2 \Delta x$$

Demostrándose que el trabajo que realizó la fuerza tensión es igual a menos la variación de la energía potencial asociada a ella.

11)

La intensidad máxima tolerada por el oído es $0.9 Wm^{-2}$ (ver pág. 1-21 del libro).

Entonces la distancia máxima que nos podemos acercar a un equipo de 110W es de 3.12m. Si en cambio podemos acercarnos a 1.3m es porque en realidad el equipo no tiene una potencia de 110W.

12)

a) El observador percibe 318.75Hz

b) El armónico #n de la onda de 300Hz posee frecuencia (n+1)300. Al llegar al observador, éste escucha (n+1)318.75. Entonces la variación es (n+1)18.75.

c) El observador percibe 318.46Hz

13) Se debería mover a 3.9m/s, acercándose al de 430Hz (para percibir más frecuencia de éste) y alejándose del de 440Hz (para percibir menos frecuencia de éste)

14)

a) f=1051.7Hz

b) El submarino #2 refleja (es como si emitiera) una f=1051.7Hz. El submarino #1 recibe finalmente f=1074.2Hz