Guía de problemas capítulo 4

1. Objetivos

1. Aprender cómo se suman las ondas coherentes e incoherentes.
2. Sumar ondas armónicas empleando fasores.
3. Emplear patrones de interferencia para reconocer estructuras.

2. Suma de Mensajes

1. La Fig.1 muestra un pulso de onda que se mueve hacia la derecha en una cuerda. Hacer un esquema de otro pulso que se mueva hacia la izquierda y que pueda anular completamente el primer pulso en algún instante. En el instante de la anulación completa, indicar con flechas la dirección de la velocidad instantánea de los segmentos de cuerda. ¿Qué ocurre con la energía en el momento de la anulación?

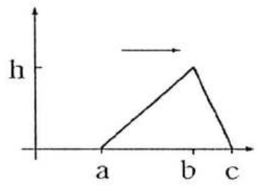

Figura 1.

2. En una cuerda viajan dos mensajes dados por:

$$\phi_1(x,t) = A\cos(3x - 2t) \tag{1}$$
$$\phi_2(x,t) = 2A\cos(3x - 2t + \pi/2) \tag{2}$$

   a) Sumar ambos mensajes, empleando las propiedades trigonométricas siguientes:

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta) \tag{3}$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta) \tag{4}$$

   b) Calcule la energía por unidad de longitud en la cuerda y verifique que no es igual a la suma de las energías por unidad de longitud de ambas ondas.

   c) Calcule la potencia $P(x,t)$ que se transmite en la cuerda y verifique que no es igual a la suma de las potencias de las dos ondas.

3. Fasores

3. Usando fasores, realizar las siguientes sumas, expresando el resultado como una función de un único coseno de (ωt):

$$\cos(\frac{\pi}{2} - \omega t) + \cos(-\omega t) \tag{5}$$

$$\cos(2 - \omega t) - \cos(\pi - \omega t) \tag{6}$$

$$\cos(\frac{\pi}{4} + \omega t) + \cos(1{,}2 - \omega t) \tag{7}$$

$$\sin(\omega t) + \cos(3 - \omega t) \tag{8}$$

$$2\cos(0{,}2 - \omega t) + \cos(0{,}1 - \omega t) \tag{9}$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} - \omega t) + \cos(\frac{\pi}{6} - \omega t) + \cos(\frac{\pi}{2} + \omega t) \tag{10}$$

$$3\sin(\omega t) + 2\cos(1 - \omega t) + \cos(0{,}5 + \omega t) \tag{11}$$

$$2\sin(\omega t + 0{,}4) - \cos(\omega t - 0{,}1) \tag{12}$$

$$\cos(kx - \omega t) + \cos(kx - \omega t + 0{,}2) \tag{13}$$

$$\cos(kx - \omega t - 2) - \cos(kx - \omega t + 0{,}5) \tag{14}$$

$$\cos(kx - \omega t) + 0{,}5\cos(kx - \omega t - 1) \tag{15}$$

$$2\cos(kx - \omega t) + 3\cos(kx - \omega t + 1{,}2) + \cos(kx - \omega t - 1{,}5) \tag{16}$$

$$\cos(kx - \omega t + 2) - \sin(kx - \omega t - \frac{\pi}{6}) \tag{17}$$

$$\cos(kx - \omega\ t) + \cos[(k + \delta k)x - (\omega + \delta\omega)t] + \cos[(k + 2\delta k)x - (\omega + 2\delta\omega)t] \tag{18}$$

$$\cos(kx - \omega t) + \cos(kx + \omega t) \tag{19}$$

$$\cos(kx + \omega t) - 2\sin(kx - \omega t) + 0{,}5\cos(kx - \omega t + \frac{\pi}{4}) \tag{20}$$

4. Hacer las mismas sumas de fasores que en el ejercicio 3, pero ahora en forma gráfica. Comparar los resultados obtenidos.

4. Interferencia de fuentes coherentes

5. Dos fuentes sonoras oscilan armónicamente con una frecuencia de $100Hz$. En un punto situado a $5m$ de una de ellas y a $5{,}85m$ de la otra la amplitud de la onda sonora procedente de cada fuente separadamente es A.

a) ¿Cuál es la diferencia de fase de la onda sonora procedente de ambas fuentes en dicho punto?

b) ¿Y la amplitud de la onda resultante en dicho punto? Depende o no de la geometría del problema? Tome $c = 340m/s$.

6. Dos antenas, colocadas sobre el eje y y separadas una distancia $D = \lambda/2$ emiten OEM. La antena (1) está adelantada en π con respecto a la antena (2), (ver Fig. 2). Ambas antenas emiten la misma intensidad I_0. Encuentre la distribución de intensidad en función del ángulo, para grandes distancias de la antena. Es decir encuentre la forma del así llamado *lóbulo de emisión*.

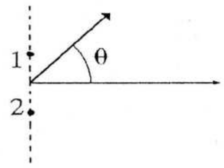

Figura 2.

7. a) Demostrar que las posiciones de los mínimos de interferencia en una pantalla a una distancia grande L de tres fuentes sincrónicas igualmente separadas (con separación D, siendo $D \gg \lambda$) vienen dadas aproximadamente por:

$$y = n\frac{\lambda}{3}\frac{L}{D} \tag{21}$$

donde n es natural no múltiplo de 3.

b) Para $L = 1m$, $\lambda = 5 \times 10^{-7}m$ y $D = 0,1mm$, calcular la anchura de los máximos de interferencia principales (es decir la distancia entre mínimos sucesivos).

8. Sea un sistema de N fuentes alineadas que emiten ondas sincrónicamente en todas direcciones, con igual amplitud, pero esa amplitud a es función del ángulo (es decir $A = f(\theta)$). Deduzca, usando notación fasorial, una expresión para el diagrama de interferencia a distancias muy grandes del sistema de las N fuentes. Cómo se compara la amplitud de la onda en un máximo de interferencia, con la amplitud de la onda que emite cada fuente?

9. En el diagrama de interferencia de luz proveniente de dos rendijas se introduce en el camino de uno de los haces una lámina transparente de vidrio, de índice de refracción $n = 1,5$ y espesor 'e'. Si el diagrama de interferencia se observa en una pantalla situada a la distancia D del plano que contiene las rendijas, halle cómo depende la posición del máximo central de interferencia, del espesor de la lámina de vidrio.