Guía de problemas capítulo 3

1. Objetivos

1. Conducción, radiación, y convección del calor

2. Conservación de la energía. Transmisión del calor. Radiación del cuerpo negro

1. Calcule la energía cinética traslacional relativa al centro de masa de un mol de gas ideal a temperatura ambiente ($300°K$).
2. El gradiente de temperatura en una varilla delgada de cobre de longitud $L = 1\ m$, de forma cilíndrica, cuya superficie lateral se encuentra térmicamente aislada, es de $-2.5°C/cm$, en estado estacionario. Dato: $K_{cu} = 384\ m.kg/(s^3.°C)$.
   a) Calcular la diferencia de temperatura entre los extremos de la varilla.
   b) Hallar el flujo de energía S_q a través de la varilla.
3. La ley de Newton de la convección establece que la densidad de corriente de calor entre un sólido a temperatura T y un fluido a temperatura θ, con el que está en contacto, está dada por:

   $$S_q = h(T - \theta)$$

   donde h es el coeficiente de convección. Por otro lado la ley de Stefan establece que la densidad de corriente de calor por radiación para un cuerpo gris está dada por:

   $$S_q = \sigma e T^4$$

   Demostrar que el coeficiente de convección aparente, para el caso en que $T \cong \theta$ está dado por:

   $$h_{ap} \cong h + 4e\sigma T^3$$

   Grafique la expresión anterior y dé un criterio aproximado para decidir a partir de qué T puede considerarse que la radiación es el único fenómeno importante, para un cuerpo negro con $h = 10\ W/(m^2.°K)$.
4. Un cuerpo de superficie S de masa G y calor específico c tiene una temperatura inicial T_0 uniforme. Se lo coloca en un fluido infinito que se encuentra a temperatura uniforme θ. Demuestre que, si se supone que el cuerpo es un conductor perfecto ($\lambda = \infty$), se enfría siguiendo la ley

   $$T - \theta = (T_0 - \theta)e^{\frac{-h_{ap}S}{cG}t}$$

5. Una pared plana infinita está en contacto con el aire exterior y el aire interior. En el exterior la temperatura es θ_1 en tanto que en el interior es θ_2, siendo $\theta_1 > \theta_2$. El espesor de la pared es d y está hecho de un material de conductividad λ. El coeficiente de convección aparente entre la pared y el aire es h_{ap} en ambos lados de la pared. Expresar la densidad de corriente de calor en función de los datos. Demuestre que en forma aproximada la densidad de corriente de calor puede expresarse como $S_q = K(\theta_1 - \theta_2)$ y obtenga la expresión de K como función de λ, d y h_{ap}.
6. Suponga una habitación de forma cúbica de lado 3 m limitada por un piso y un techo aislantes perfectos, 3 paredes laterales idénticas de aluminio de 3 cm de espesor ($\lambda_{Al} = 203.5\ W/(m.^\circ K)$) y una pared de vidrio de 6 mm de espesor ($\lambda_{vidrio} = 0.07\ W/(m.^\circ K)$). Utilizando la aproximación de pared plana calcule la potencia que debe tener una estufa para mantener constante la temperatura de la habitación en $25^\circ C$ en tanto que en el exterior la temperatura es de $0^\circ C$. La estufa tiene un rendimiento de 0.9. Dato: $h_{apAl-aire} = h_{apVi-aire} = 10\ W/(m^2.^\circ K)$.
7. Dos balones esféricos huecos de vidrio de diámetro 10 cm, están llenos de agua a $100^\circ C$. La temperatura ambiente es de $20^\circ C$. El espesor de los vidrios es despreciable, y el h_{ap} entre agua y vidrio es muy grande. Uno de los balones está pintado de plateado ($e = 0.1$) en tanto el otro está pintado de color negro ($e = 1$). Calcular la temperatura del agua como función del tiempo para ambos, si $h_{Vi-aire} = 11\ W/(m^2.^\circ K)$. ($c_{agua} = 1\ kcal/(kg.^\circ K) = 4186\ J/(kg.^\circ K)$).
8. Un recipiente de capacidad calorífica despreciable es aislante perfecto del calor. En el interior del recipiente se encuentran una esfera de radio R, de masa m_1 y calor específico c_1, rodeada por un líquido de masa m_2 y calor específico c_2. Este líquido, junto con la esfera, completan el volumen del recipiente. Todo se muestra en la Fig. 1. El coeficiente de convección aparente entre esfera y líquido es h_{ap}. En $t = 0$, la temperatura de la esfera es T_{10} y la del líquido es T_{20}.
   a) Demuestre que la diferencia de temperatura entre esfera y líquido sigue aproximadamente la siguiente ecuación:
   $$(T_1 - T_2) = (T_{10} - T_{20})e^{[-(m_1c_1+m_2c_2)h_{ap}4\pi R^2 t/(m_1c_1m_2c_2)]}$$
   b) Encuentre las temperaturas finales de la esfera y del líquido.
9. Un objeto pequeño A tiene la forma de una esfera de radio $1/\sqrt{\pi}$ cm y se encuentra en el vacío. El objeto es iluminado con un láser monocromático de potencia 1 W, que emite dentro de un ángulo sólido de 0.1 sr y por una lámpara de 100 W que emite con simetría esférica. Ambas fuentes se encuentran a 1 m del objeto (ver Fig. 2).
   a) Calcular la potencia total absorbida por el objeto A de cada una de las fuentes si es un cuerpo gris con $e = 0.5$ y justificar cuál fuente le aporta mayor potencia.
   b) Calcular la temperatura que alcanza el cuerpo suponiendo que no

hay aire a su alrededor (en el vacío).

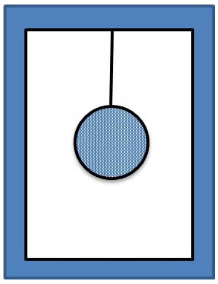

Figura 1.

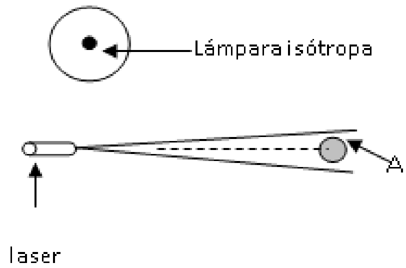

Figura 2.

10. Cierta placa angosta y muy buena conductora del calor, con dos lados de área A cada uno, se encuentra en estado estacionario en un ambiente a temperatura T_{amb}. Su masa es m y está hecha de un material de calor específico c. En $t = 0$ se la expone al sol sobre uno de los lados, con intensidad del sol I_{sol}. Los lados de la placa poseen emisividad e y coeficiente de convección aparente h_{ap}. Encuentre la temperatura de la placa como función del tiempo.
11. El vector de Poynting promedio de la radiación solar en las inmediaciones de la Tierra es del orden de 1400 W/m^2. La distancia promedio de la Tierra al Sol es de unos 149 millones de kilómetros, mientras que el diámetro del Sol es de un millón trescientos noventa y dos mil kilómetros aproximadamente. Considerando al sol como cuerpo negro estime su temperatura superficial.
12. Un termómetro de bulbo esférico de 1cm de diámetro es colocado al sol en un ambiente donde el aire se encuentra a una temperatura de $27°C$. Considere que la I_{OEM} proveniente del Sol es 100 W/m^2. Suponiendo que el termómetro es un conductor perfecto y tomando en cuenta únicamente la radiación calcule la temperatura indicada por el termómetro. Repita el cálculo tomando en cuenta la convección con $h = 10\ W/(m^2.°K)$.
13. Dos superficies planas muy próximas de emisividades e_1 y e_2 poseen temperatura T_1 y T_2 respectivamente. Halle el valor y sentido del intercambio neto de potencia por unidad de área entre ambas superficies. Tome en cuenta los procesos de emisión y reflexión en cada superficie (no considere convección ni conducción).

14. Para realizar una buena aislación térmica, se arma una pared especial, que separará un living del exterior de la casa. La pared está compuesta por las siguientes capas, yendo desde el exterior al interior: revoque exterior de 1.5 cm, fila de ladrillo hueco de 12 cm, revoque intermedio de 1.5 cm, capa de poliuretano de 3 cm, cámara de aire sin ventilar de 5 cm, fila de ladrillo hueco de 12 cm, revoque interior de 1.5 cm.
    Como se suele acostumbrar, se considera la resistencia térmica entre el revoque exterior y el ambiente exterior de $R = 0.04\ (m^2.^\circ K/W)$, es decir $h_{apext} = 25\ W/(m^2.^\circ K)$, y la resistencia térmica entre el revoque interior y el ambiente interior de $R = 0.13\ (m^2.^\circ K/W)$, es decir $h_{apint} = 7.7\ W/(m^2.^\circ K)$.
    Otros datos: cada uno de los ladrillos huecos posee $\lambda = 0.7\ W/(m.^\circ K)$, la capa de poliuretano $\lambda = 0.03\ W/(m.^\circ K)$, cada uno de los revoques de cemento $\lambda = 1\ W/(m.^\circ K)$, y en cuanto a la cámara de aire, considere la norma NCh853 para emisividad de 0.82.
    a) Cuánto vale la transmitancia para esta pared?
    b) Si la pared que separa el living de la casa (a 20 $^\circ C$) del exterior de la casa (a $-10\ ^\circ C$) tiene 20 m^2 de superficie, cuál es la potencia que debe suministrar el calefactor solamente para compensar las pérdidas a través de esa pared, en estado estacionario?
    c) Recalcule lo pedido en b) utilizando la fórmula de la norma ISO 6946:2017 para el cálculo de la resistencia térmica de la cámara de aire.
15. Un vidrio típico de 4 mm de espesor posee una transmitancia $U = 5.7\ W/(m^2.^\circ K)$. Se lo reemplaza por un triple vidrio de 4 mm de espesor cada panel, y separados por cámaras de aire, cada una de 12 mm de espesor, estando todos los vidrios sin ningún revestimiento.
    Si los ventanales tienen un área de 10 m^2, cuál es el ahorro en potencia de calefacción, en $Kcal/h$, para un living en donde la temperatura ambiente es de 20 $^\circ C$, con una temperatura del ambiente exterior de la casa de $-10\ ^\circ C$?
16. En un termo tipo vaso Dewar (considérelo cilíndrico de 6 cm de diámetro y 36 cm de altura), se introduce 1 l de agua a 98$^\circ C$ en un ambiente que se mantiene a 20$^\circ C$. Dos horas y cuarto más tarde, se mide la temperatura del agua y se encuentra que ha descendido a 90$^\circ C$. Estime la emisividad global e de las paredes del termo suponiendo que el enfriamiento se produce por radiación únicamente.
17. El filamento de una lámpara de tungsteno de 100 W puede considerarse un cilindro de 30 cm de largo y 0.4 mm de diámetro. Encuentre la temperatura de operación suponiendo que el bulbo es un conductor perfecto, la convección es despreciable (está al vacío) y tiene una emisividad $e = 0.26$. La temperatura ambiente es de 20$^\circ C$.
18. Un cable cilíndrico (ver Fig. 3) de radio R y de longitud L se encuentra con el lado izquierdo a temperatura T_1, y el derecho a temperatura T_2. La superficie lateral del cable emite calor, con emisividad e y coeficiente

de convección h. Se supone estado estacionario.

a) Eligiendo un dx como en la figura, encuentre la ecuación diferencial que relaciona dS_Q/dx, con la temperatura T que es función de x.

b) Combinando la ecuación hallada en *a)* con $S_Q = -\lambda dT/dx$, encuentre la ecuación diferencial que relaciona d^2T/dx^2 con la temperatura T.

c) Si T_1 y T_2 no difieren mucho de T, aproxime la ecuación hallada en *b)* usando el h_{AP} y llegue a la ecuación diferencial simplificada. Verifique que la siguiente es solución de la ecuación diferencial hallada en *c)*:

$$T = T_{AMB} + (T_1 - T_{AMB})\frac{sinh[(L-x)/D]}{sinh(L/D)} + (T_2 - T_{AMB})\frac{sinh(x/D)}{sinh(L/D)}$$

, siendo $D = [\lambda R/(2h_{AP})]^{1/2}$

d) Si ahora el estado no es estacionario, repita *a)* y *b)* para un material con capacidad específica c_e y densidad de masa δ.

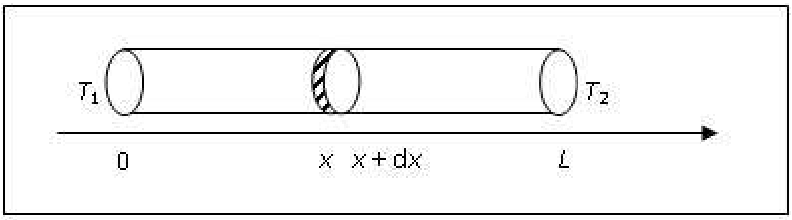

Figura 3.